多重比較問題

※ 対比較 とどこがちがうか？

○ 処理平均 $\bar{x}_1$ と $\bar{x}_2$ の対比較

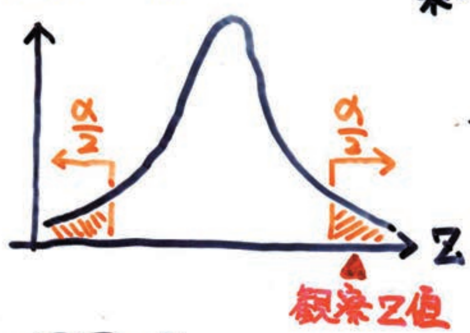
検定統計量 $z = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$ とすると.

帰無仮説 $H_0 : z = 0$ （「差はない」）

⇕

対立仮説 $H_1 : z \neq 0$ （「差はある」）

帰無分布



棄却率 α(%) の棄却域

↓

データから得られたz値が棄却域に入るかどうかで H_0 を reject するか否かを決める.

Point 「Type I エラー」の可能性は α% ある！

ほんとうは「差がない」のに、まちがって「差がある」と結論してしまうエラー.

○ 処理平均 $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_N$ の多重比較

$\bar{x}_1$ 対比較 $\bar{x}_1-\bar{x}_2$ ……… α % エラー

$\bar{x}_2$ 〃 $\bar{x}_1-\bar{x}_3$ ……… α % エラー

⋮ ⋮ ⋮ ⋮

$\bar{x}_N$ 〃 $\bar{x}_{N-1}-\bar{x}_N$ ……… α % エラー

全 $\frac{1}{2}N(N-1)$ 対

各々の対比較は互いに排反な事象だから、Nヶの平均値 $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_N$ の間で多重比較したとき、どれか1つの対比較が誤る確率は

$$\underbrace{\alpha+\alpha+\cdots\cdots+\alpha}_{\frac{1}{2}N(N-1)\text{ヶ}} = \frac{1}{2}N(N-1)\times\alpha$$

例えば、$\alpha=0.05$ (5%) のとき、10ヶの対比較を含む多重比較では：

$$10\times 0.5 = 1.0$$

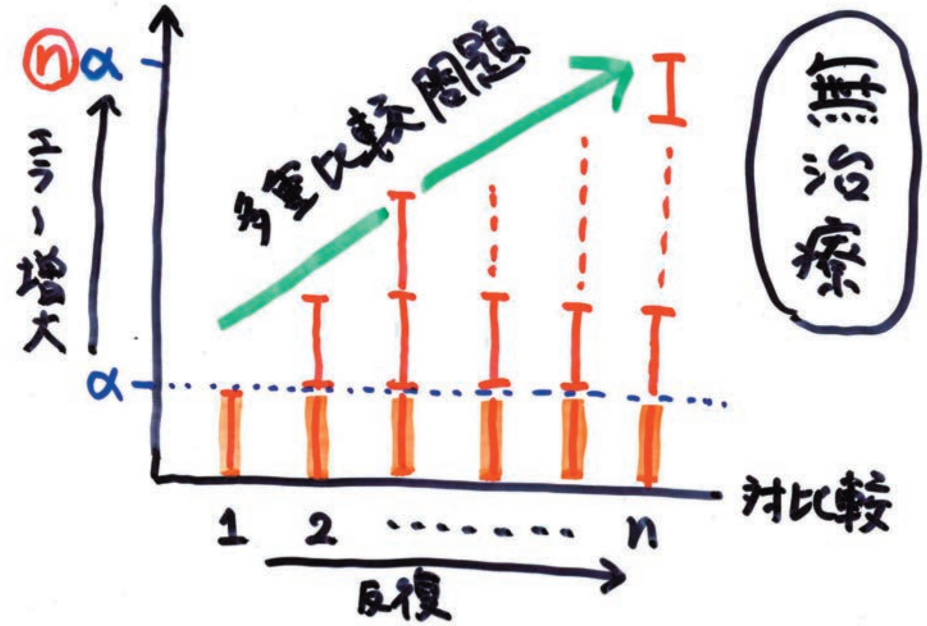
となり、必ずどれか1つの対比較はまちがっていることになる。

⇓

多重比較問題の出現

対策 対比較の「回数」によって補正する.

$$\begin{cases} \alpha \text{ — 棄却率} \\ n \text{ — 対比較の回数 } \left(n = \frac{1}{2}N(N-1)\right) \end{cases}$$



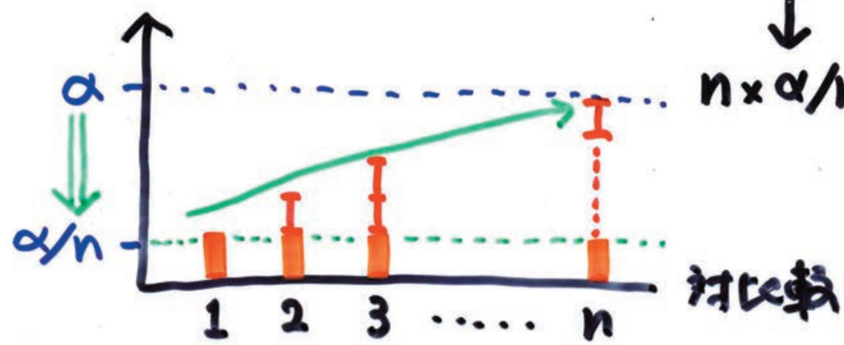
① ボンフェローニ補正（Bonferroni）

各対比較の棄却率をα/nと厳しくする。

↓

$n \times \alpha/n = \alpha$

（不変）



② ホルム補正 (Holm)

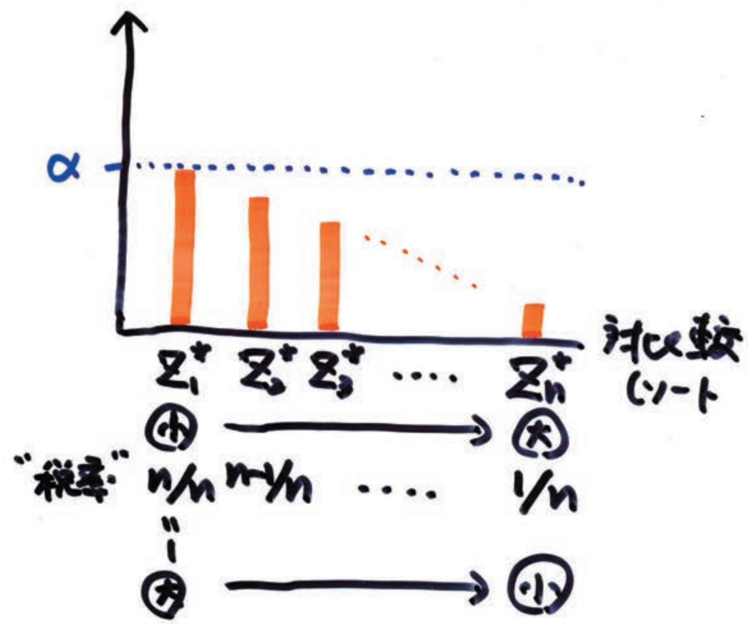
対比較の平均値差を大小でソートする:

$$z_1^* \le z_2^* \le \cdots\cdots \le z_n^*$$

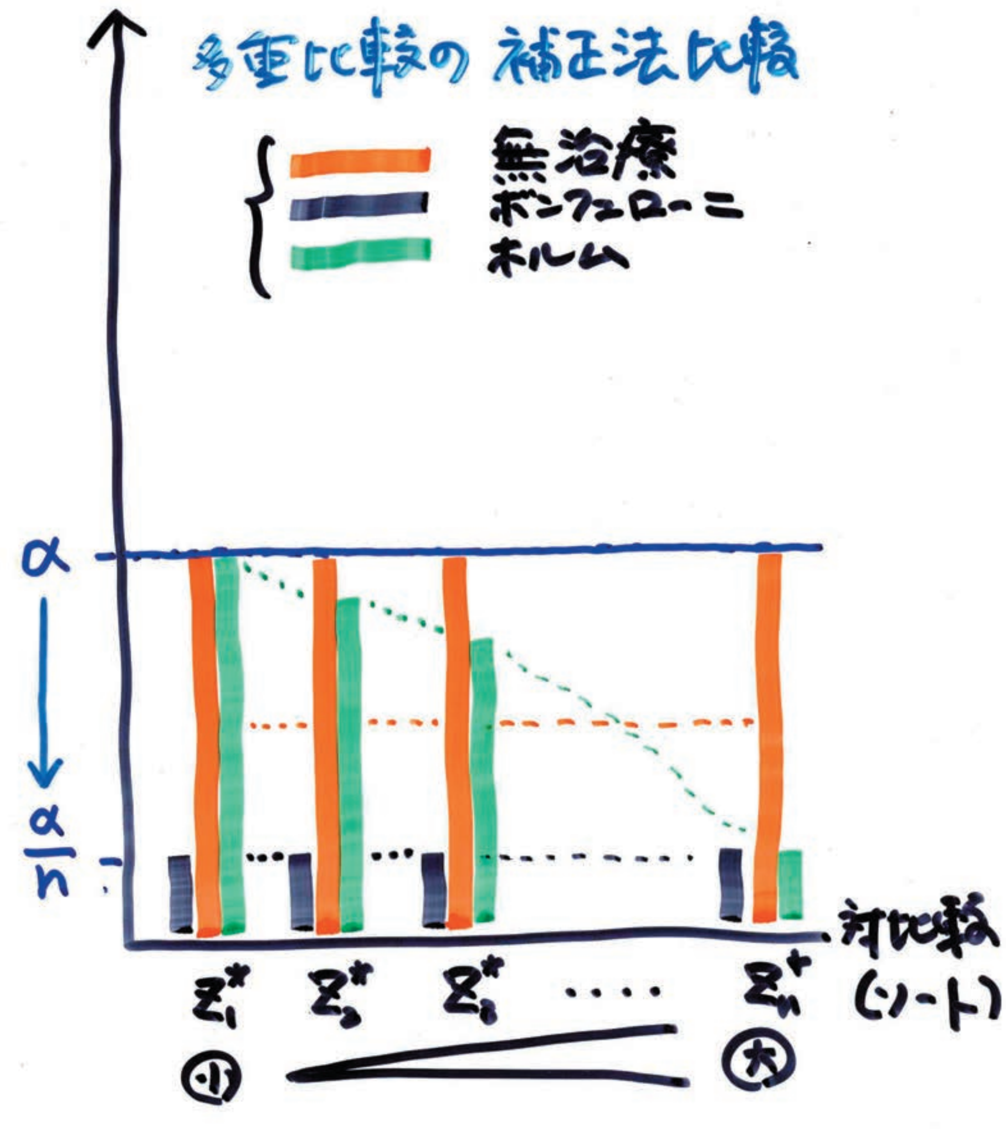
小 → 大

小さい方から第i番目の比較の棄却率を

$\alpha \times \frac{n-i+1}{n}$ とする。



ボンフェローニ補正は「税率」が一定なので
小さい差の比較に対しては厳しくなりすぎる。
ホルム補正は差の大きさに比例して
税率を上げていくので、リーズナブル。


多重比較の補正法比較
無治療
ボンフェローニ
ホルム
α
α/n
対比較
(ソート)
z_1^*
z_2^*
z_3^*
....
z_n^*
小
大